

**∽ Baccalauréat ES Antilles-Guyane ∽**  
**19 juin 2012**

**Exercice 1**

**5 points**

**Commun à tous les candidats**

On donne le prix moyen en euros d'un litre de gasoil en France, entre 1998 et 2007 :

Année	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang $x_i$ de l'année	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Prix moyen $y_i$ du litre de gasoil (en euros)	0,77	0,81	0,73	0,79	0,8	0,85	0,99	1,06	1,1	1,11

Source : *Annuaire Statistique de la France*

1. Calculer le pourcentage d'évolution, arrondi à 0,1 % près, du prix moyen d'un litre de gasoil en euros entre 1998 et 2007.
2. a) Représenter le nuage de points  $M_i(x_i ; y_i)$ , avec  $i$  compris entre 0 et 9, associé à cette série statistique, dans le plan rapporté à un repère orthogonal.  
 On choisira les unités graphiques suivantes :  
 1 cm pour 1 année sur l'axe des abscisses.  
 1 cm pour 10 centimes d'euros sur l'axe des ordonnées.
- b) Calculer les coordonnées du point moyen  $G$  de cette série et le placer dans le repère précédent.
3. On modélise l'évolution du prix moyen d'un litre de gasoil en euros à l'aide d'un ajustement affine, obtenu par la méthode des moindres carrés.  
 Donner l'équation de la droite de régression de  $y$  en  $x$  ainsi obtenue, en arrondissant les coefficients au millième.  
 Tracer cette droite dans le repère défini à la question 2.
4. Avec ce modèle, calculer l'estimation du prix moyen d'un litre de gasoil en euros en 2010. Arrondir le résultat au centime d'euros.
5. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*  
 En supposant que le modèle reste valable durablement, à partir de quelle année le prix moyen du litre de gasoil aura-t-il augmenté de 30 % par rapport au prix moyen de l'année 2007 ?

**Exercice 2**

**5 points**

**Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité**

Un restaurant propose une formule « entrée + plat » pour laquelle chaque client choisit entre trois entrées (numérotées 1, 2 et 3) puis entre deux plats (numérotés 1 et 2).

Chaque client qui choisit cette formule prend une entrée et un plat.

On a constaté que :

30% des clients choisissent l'entrée n° 1, 24 % choisissent l'entrée n° 2 et les autres clients choisissent l'entrée n° 3.

Par ailleurs, le plat n° 1 est choisi par : 72 % des clients ayant opté pour l'entrée n° 1, 58 % des clients ayant opté pour l'entrée n° 2 et 29 % des clients ayant opté pour l'entrée n° 3.

On choisit au hasard un client du restaurant ayant opté pour la formule « entrée + plat ».

On note  $E_1$  l'évènement : « Le client choisi l'entrée n° 1 »,  $E_2$  l'évènement : « Le client choisi l'entrée n° 2 » et  $E_3$  l'évènement : « Le client choisi l'entrée n° 3 ».

On note enfin  $P_1$  l'évènement : « Le client choisi le plat n° 1 » et  $P_2$  l'évènement : « Le client choisi le plat n° 2 ».

1. Traduire la situation étudiée à l'aide d'un arbre pondéré, en indiquant sur cet arbre les probabilités données dans l'énoncé.
2. Quelle est la probabilité que le client choisisse l'entrée n° 3 et le plat n° 1 (on donnera la valeur exacte de cette probabilité) ?
3. Montrer que la probabilité de l'évènement  $P_1$  est égale à 0,488 6.
4. Quelle est la probabilité qu'un client ait choisi l'entrée n° 1 sachant qu'il a pris le plat n° 1 (on arrondira le résultat à  $10^{-4}$  près) ?
5. On choisit trois clients au hasard parmi ceux ayant opté pour la formule ; on suppose le nombre de clients suffisamment grand pour assimiler ce choix à des tirages successifs avec remise. Dans cette question, on arrondira les résultats au millième.
  - a) Déterminer la probabilité qu'exactement deux de ces clients aient pris le plat n° 1.
  - b) Déterminer la probabilité qu'au moins un client ait pris le plat n° 1.

#### EXERCICE 2

**5 points**

#### Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Dans une grande entreprise, tous les agents commerciaux ont une voiture de fonction, qu'ils doivent choisir entre deux marques A et B. Le parc de véhicules (en location) est renouvelé tous les ans.

On suppose que le nombre d'agents commerciaux de l'entreprise ne varie pas, et que les deux marques A et B restent les seules possibilités pour les voitures de fonction proposées dans l'entreprise.

On a constaté que, chaque année :

- 5 % des agents commerciaux utilisant un véhicule de marque A changent l'année suivante pour B ;
- 15 % des agents commerciaux utilisant un véhicule de marque B changent l'année suivante pour A ;
- les autres agents poursuivent l'année suivante avec un véhicule de même marque.

On appelle  $a_n$  la probabilité qu'un agent commercial choisi au hasard utilise un véhicule de marque A au début de l'année  $2010 + n$ , et  $b_n$  la probabilité qu'il utilise un véhicule de marque B au début de cette même année.

On note  $P_n = (a_n \ b_n)$  la matrice correspondant à l'état probabiliste de l'année  $2010 + n$ .

En 2010, la moitié des agents commerciaux possédaient un véhicule de marque A ; ainsi :  $P_0 = (0,5 \ 0,5)$ .

1. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B, et donner la matrice de transition  $M$  (on considérera les sommets du graphe dans l'ordre alphabétique).
2. Justifier que  $P_1 = (0,55 \ 0,45)$  et donner une interprétation concrète des coefficients de cette matrice.
3. Déterminer l'état probabiliste stable du système et interpréter les résultats obtenus.
4. a) Que vaut, pour tout entier naturel  $n$ , la somme  $a_n + b_n$  ?

- b)** On sait, pour tout entier naturel  $n$ , que  $P_{n+1} = P_n \times M$ ; démontrer, pour tout entier naturel  $n$ , que  $a_{n+1} = 0,8a_n + 0,15$ .
- 5.** Pour tout entier naturel  $n$ , on pose :  $u_n = a_n - 0,75$ .
- a)** Démontrer que la suite  $(u_n)$  est une suite géométrique de raison 0,8 dont on précisera le premier terme.
- b)** Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ , puis démontrer que pour tout entier naturel  $n$ ,

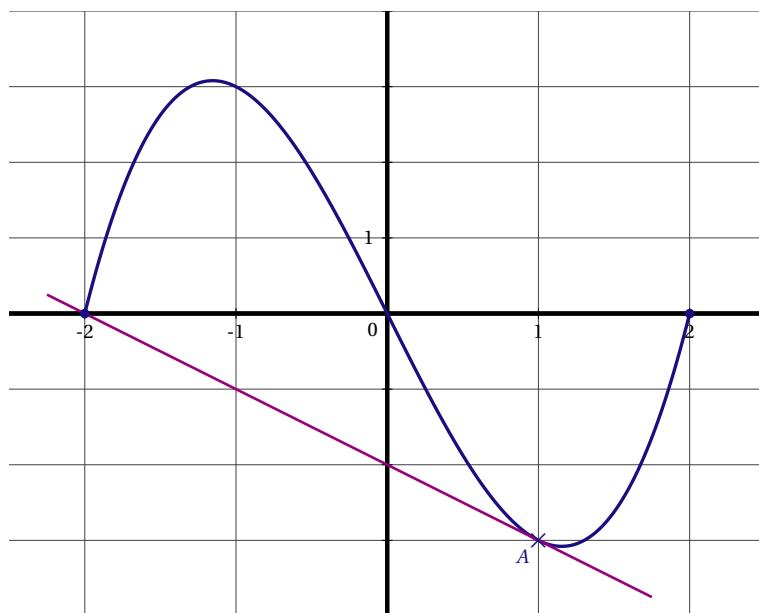
$$a_n = -0,25 \times 0,8^n + 0,75.$$

- c)** Déterminer la limite de la suite  $(a_n)$ . Quel résultat retrouve-t-on ainsi ?

**Exercice 3**  
**Commun à tous les candidats**

**4 points**

On donne la courbe représentative d'une fonction  $f$  définie et dérivable sur l'intervalle  $[-2 ; 2]$ , et sa tangente en son point  $A$  d'abscisse 1 ; cette tangente passe par le point de coordonnées  $(0 ; -2)$ . On note  $f'$  la fonction dérivée de  $f$  sur l'intervalle  $[-2 ; 2]$ .



Pour chacune des questions suivantes, une seule réponse est exacte ; préciser laquelle sur la copie. Aucune justification n'est demandée.

Une bonne réponse rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

- Le nombre dérivé noté  $f'(1)$  est égal à :
 

**a)** 1      **b)**  $-\frac{1}{3}$       **c)** -1      **d)** 3
- La fonction  $u$  telle que  $u(x) = \ln[f(x)]$  est définie sur :
 

**a)**  $[-2 ; 0]$       **b)**  $[-2 ; 0[$       **c)**  $]0 ; 2[$       **d)**  $[0 ; 2]$
- On considère  $F$  une primitive de  $f$  sur l'intervalle  $[-2 ; 2]$ .  
La fonction  $F$  est décroissante sur :
 

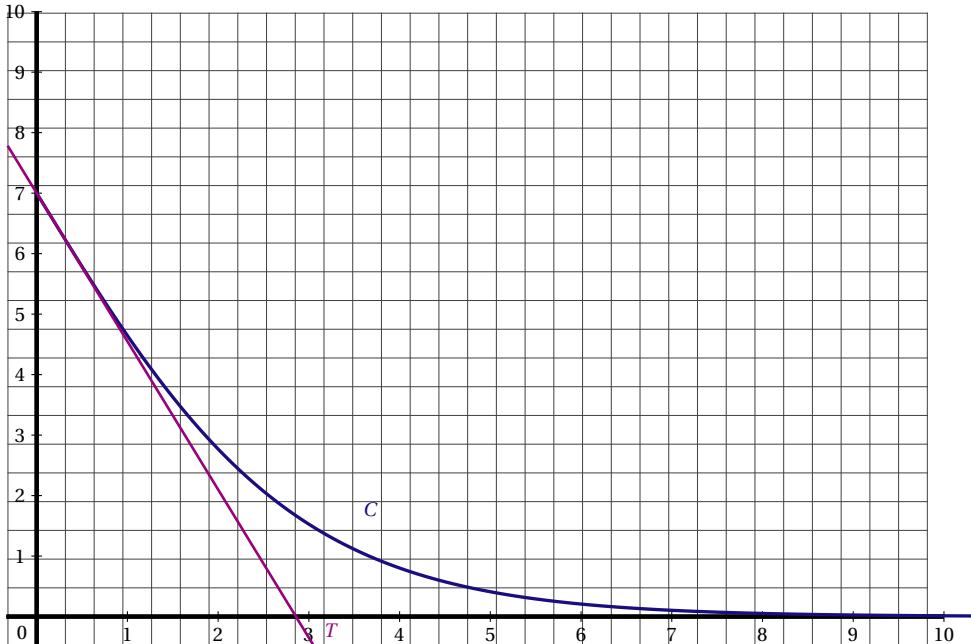
**a)**  $[-2 ; 0]$       **b)**  $[-2 ; 2]$       **c)**  $[0 ; 2]$       **d)**  $[-1 ; 1]$
- Soit  $I = \int_{-1}^0 f(x) dx$ . On a :
 

**a)**  $I < 0$       **b)**  $0 \leq I \leq 1$       **c)**  $1 < I < 3$       **d)**  $I \geq 3$

**Exercice 4**  
**Commun à tous les candidats**

**6 points**

On a représenté ci-dessous la courbe  $C$  d'une fonction  $g$  définie et dérivable sur  $[0 ; +\infty]$  ainsi que la tangente  $T$  à cette courbe en son point de coordonnées  $(0 ; 7)$ . On admet que l'axe des abscisses est asymptote horizontale à la courbe  $C$  au voisinage de  $+\infty$ . On désigne par  $g'$  la fonction dérivée de la fonction  $g$ .

**PARTIE A**

- Préciser la valeur du réel  $g(0)$ .
- On admet que la tangente  $T$  passe par le point de coordonnées  $(4 ; -2,8)$ . Justifier que la valeur exacte de  $g'(0)$  est  $-2,45$ .
- Préciser la valeur de la limite de la fonction  $g$  en  $+\infty$ .
- On admet que la fonction  $g$  est définie sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$  par :

$$g(x) = \frac{a}{e^{bx} + 1}$$

où  $a$  et  $b$  sont des nombres réels.

- Démontrer que pour tout réel  $x$  de  $[0 ; +\infty[$ , on a  $g'(x) = \frac{-abe^{bx}}{(e^{bx} + 1)^2}$ .
- En utilisant les résultats des questions 1 et 2, déterminer les valeurs des réels  $a$  et  $b$ .

**PARTIE B**

On considère un objet manufacturé dont le prix unitaire est  $x$ , en centaines d'euros. D'après une étude de marché, l'offre  $f(x)$  et la demande  $g(x)$  pour cet objet, en centaines d'unités, sont définies pour tout  $x$  positif ou nul par :

$$f(x) = e^{0,7x} - 1 \text{ et } g(x) = \frac{14}{e^{0,7x} + 1}$$

- Si le prix de vente unitaire de l'objet est 300 €, combien d'objets (à l'unité près) les consommateurs sont-ils prêts à acheter.

2. Calculer le prix de vente unitaire de l'objet, arrondi à l'euro près, pour que la demande soit de 350 objets.

3. a) Déterminer l'unique solution de l'équation  $f(x) = g(x)$ , et donner une valeur approchée au centième de cette solution.

On appelle « prix d'équilibre » le prix permettant l'égalité entre l'offre et la demande. Quel est le prix d'équilibre, arrondi à l'euro près

b) Au prix d'équilibre, quelle est la valeur commune de l'offre et de la demande, arrondie à l'unité près ?

Quel est le chiffre d'affaire généré par les ventes au prix d'équilibre ?